UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
FACULTE DES SCIENCES DE MEKNES

<u>Année universitaire 2018-2019</u>

EXAMEN DE PHYSIQUE STATISTIQUE II

Session ordinaire, Durée 1h30

Questions de cours : *6 points.*

1. <u>Démontrer</u> que dans la *limite thermodynamique*, l'ensemble canonique et l'ensemble grand canonique sont équivalents pour la description de la physique. On comparera les énergies internes, entropies, chaleurs spécifiques, fluctuations d'énergie et équations d'état.

2. <u>Montrer</u> que pour n'importe quel fluide, le grand potentiel, A, est tel que $\mathrm{A} = -\mathrm{P}\Omega$, où Ω est le volume de la boîte dans lequel il est enfermé.

3. <u>Justifier</u> pourquoi le potentiel chimique est *nul* pour les *photons* des corps noirs.

Problème : *14 points.*

On se propose d'étudier les propriétés physiques de l'hélium 3, à très basse température. Le système est renfermé dans une boîte de volume Ω. Dans sa phase liquide, on peut le considérer comme un assemblage de N fermions de masse m, dont les niveaux d'énergie individuels sont donnés par :

$$\epsilon(p) = \frac{p^2}{2m} + \epsilon_0$$

où p est le module de l'impulsion de la particule, et ϵ_0 est une énergie constante, dite *énergie potentielle de cohésion* du liquide, qui prend en compte les interactions entre particules.

1. <u>A quelle statistique</u> l'hélium 3 obéit-il ?

2. <u>Rappeler</u> l'expression du *nombre d'occupation moyen*, noté $f(\epsilon)$.

3. Démontrer que la *densité d'état* est donnée par :

$$D(\epsilon) = \begin{cases} g \dfrac{\Omega}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} m^{3/2}(\epsilon - \epsilon_0)^{1/2}\,, & \epsilon > \epsilon_0\,, \\ 0\,, & \epsilon < \epsilon_0\,. \end{cases}$$

Ici, $g = 2$ représente le facteur gyromagnétique.

On rappelle les formules :

$$D(\epsilon) = 2\frac{\Omega}{h^3} 4\pi \int_0^\infty p^2 \delta\big(\epsilon - \epsilon(p)\big)\, dp$$

$$\int F(x)\delta\big(f(x)\big) = \sum_{x_0} \frac{F(x_0)}{|f'(x_0)|}$$

Ici, $\{x_0\}$ désigne les zéros de la fonction f.

4. On rappelle les expressions littérales des grandeurs d'intérêt :

$$N = \int_{\epsilon_0}^\infty D(\epsilon) f(\epsilon) d\,\epsilon\,, \qquad U = \int_{\epsilon_0}^\infty \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon) d\,\epsilon\,,$$

$$A = -k_B T \int_{\epsilon_0}^\infty D(\epsilon) ln\big(1 + e^{-(\epsilon-\mu)/k_B T}\big) d\epsilon$$

En se plaçant au zéro absolu, exprimer l'énergie de Fermi, ϵ_F, en fonction de la densité du gaz, N/Ω, et de l'énergie de cohésion ϵ_0. Relier l'énergie de Fermi ϵ_F avec celle de l'hélium 3 en l'absence d'interactions (de même densité), notée ϵ_F^0.

5. Exprimer l'énergie interne, U, au zéro absolu, en fonction de N, ϵ_F^0 et ϵ_0. Comparer cette énergie interne avec celle relative à l'hélium 3 en l'absence d'interactions.

6. Démontrer qu'à toute température, le grand potentiel et l'énergie interne (avec interactions) sont donnée par :

$$A(\mu) = A_0(\mu - \epsilon_0)\,, \qquad U(\mu) = N\epsilon_0 + U_0(\mu - \epsilon_0)\,,$$

où A_0 et U_0 désignent leurs homologues sans interactions.

7. Montrer qu'à toute température, la pression du liquide avec interactions, P, est donnée par :

$$P(\mu) = P_0(\mu - \epsilon_0)\,,$$

où P_0 désigne son homologue en l'absence d'interactions. ■