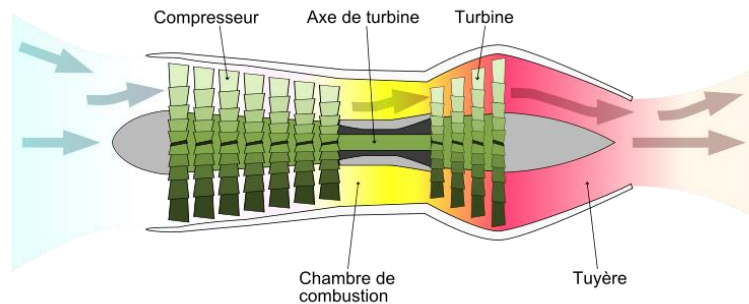


TD de thermodynamique appliquée
Série N° 2 (suite)

Etude de cas

Les moteurs à turbine à gaz sont largement utilisés pour la propulsion des avions car ils sont légers et compacts. Les turbines à gaz des avions fonctionnent sur le principe d'un cycle ouvert schématisé sur la figure ci-dessous.



Le gaz entre dans le réacteur et passe dans un diffuseur pour diminuer la vitesse en entrée du compresseur. Le gaz est comprimé par le compresseur et entre dans la chambre de combustion où il est chauffé. Le gaz est alors partiellement détendu dans la turbine qui fournit la puissance nécessaire au compresseur. En sortie de turbine, le gaz reste à une pression relativement élevée par rapport à la pression extérieure et il est détendu dans une tuyère, ce qui permet d'accélérer le gaz, cette accélération servant à propulser l'avion.

On admet que, moyennant quelques approximations, un bilan de quantité de mouvement permet de montrer que la force appliquée par le moteur à l'air est la suivante :

$$F = \dot{m} (V_s - V_e)$$

Où \dot{m} est le débit d'air dans le moteur et V_s et V_e sont les vitesses du gaz respectivement de sortie et d'entrée dans le moteur.

Par application du principe de l'action et de la réaction, la force appliquée par l'air sur le moteur, et donc l'avion, est l'opposée de la force ci-dessus. En régime de croisière (i.e. lorsque la vitesse de l'avion est constante), cette force sert à contre-balancer la force de frottement que l'air applique sur l'avion.

Soit V_a la vitesse de l'avion dans l'air supposé être au repos. La puissance développée par la force de propulsion est donnée par

$$\dot{q}_p = F \cdot V_a$$

Soit un avion volant à une vitesse de 260 m/s à une altitude où l'air est à une pression de 34.5 kPa et une température de -40°C . Le compresseur à un rapport de pression de 10 et la température des gaz à l'entrée de la turbine est de 1093°C . L'air entre dans le compresseur à un débit massique de 45 kg/s.

Le but de ce problème est de déterminer l'efficacité du moteur. Pour cela, on supposera que le gaz a le comportement d'un gaz parfait à C_p et C_v constants et on prendra $C_p = 1.1 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$, $r = 0.287 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$ et $\gamma = 1.353$.

1 Cycle du gaz

Bien que les compositions du gaz à l'entrée et la sortie de la chambre de combustion soient différentes, pour simplifier la modélisation, on suppose que la chambre de combustion sert uniquement à réchauffer l'air et que les propriétés de l'air (par ex. sa masse molaire) ne sont pas modifiées par ce changement de composition. En outre, on suppose que la pression dans la chambre de combustion est uniforme. On suppose enfin que toutes les compressions et détente sont adiabatiques et réversibles. Dans ces conditions, représenter les différents états du gaz à la traversée du réacteur sur un diagramme de Mollier.

2 Etat du gaz à l'entrée du compresseur

Pour simplifier, on considère que le diffuseur présent en amont du compresseur est idéal, dans le sens où la vitesse du gaz en entrée du compresseur est si faible que l'énergie cinétique du gaz peut y être négligée devant les autres contributions énergétiques. En négligeant le travail et la chaleur fournie au gaz dans le diffuseur, déterminer la différence d'enthalpie massique du gaz entre l'entrée et la sortie du diffuseur. En déduire la température T_2 à l'entrée du compresseur. Déterminer la pression P_2 à l'entrée du compresseur

3 Etat à la sortie du compresseur

Déterminer la pression P_3 en sortie de compresseur.
En déduire la température T_3 .

4 Travail de compression et de détente

Déterminer le travail du compresseur et en déduire l'état du gaz à la sortie de la turbine.

5 Energie de combustion

Déterminer l'énergie fournie sous forme de chaleur dans la chambre de combustion.

6 Etat à la sortie de la tuyère

Exprimer la température à la sortie de la tuyère en fonction de P_5 , T_5 et P_6 . Donner sa valeur. En négligeant l'énergie cinétique du gaz à la sortie de la turbine par rapport aux autres contributions énergétiques ainsi que le travail des forces extérieures et la chaleur fournie au gaz, déterminer la vitesse de sortie du gaz V_6 .

7 Récapitulatif

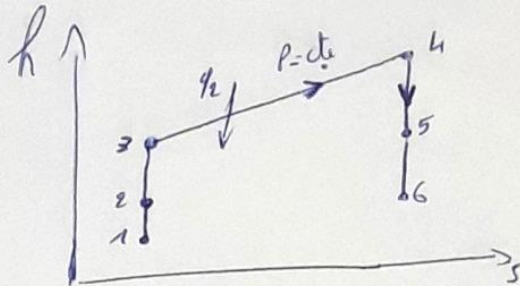
Récapituler les résultats sous la forme de tableaux donnant l'état du fluide aux différents points caractéristiques de son évolution et les puissances mécaniques et thermiques mises en jeu.

8 Puissance de propulsion et rendement du turbo-réacteur

Déterminer la puissance \dot{q}_p développée par la force de propulsion. En déduire le rendement du turbo-réacteur.

Exercice (étude de cas)

1) le cycle thermodynamique idéal d'un tel moteur est.



- la compression et détente étant adiabatiques et réversibles, elles sont isentropiques.
- l'enthalpie étant une fonction croissante de la pression, h augmente lors d'une compression et diminue lors d'une détente.
- la chaleur est supposée être fournie à pression constante qui est une exponentielle pour un gaz parfait à c_p constant.
- la compression dans le diffuseur et la détente dans la tuyère sont sans apport de chaleur et de travail.

2) on considère comme système le gaz entre l'entrée et la sortie du diffuseur. le bilan d'énergie appliqué à ce système s'écrit.

$$\frac{d(u + \epsilon_c + \epsilon_p)}{dt} = \sum_{s \rightarrow e} \dot{m} (h + \epsilon_c + \epsilon_p) + \dot{q} + \dot{w}'$$

$u, \epsilon_c, \epsilon_p$ sont les énergies interne, cinétique et potentielle du système, h, ϵ_c et ϵ_p sont les enthalpies, énergies cinétique et potentielle massiques, \dot{m} est le flux de masse, \dot{q} et \dot{w}' sont les ~~enthalpies~~ puissances calorifiques et mécaniques fournies au système.

l'écoulement étant supposé être stationnaire, le membre de gauche est nul et \dot{m} est constant entre l'entrée et la sortie

Enfin, il n'y a pas de variation d'énergie potentielle, on a donc,

$$\dot{m} (h + e_c)_{\text{e}} = \dot{Q} + \dot{W}' \Rightarrow \dot{m} [(h_2 + e_{c2}) - (h_1 + e_{c1})] = \dot{Q} + \dot{W}'$$

cette relation est vraie pour tous les composants du turbo-réacteurs

- si on l'applique au diffuseur, on obtient.

$$\dot{m} [h_2 - (h_1 + \frac{V_a^2}{2})] = 0$$

$$h_2 - h_1 = \frac{V_a^2}{2}$$

Le gaz est supposé avoir un comportement de gaz parfait à C_p constant.

$$\Rightarrow (h_2 - h_1) = C_p (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{V_a^2}{2 C_p} \Rightarrow T_2 = 263,8 \text{ K}$$

La transformation du fluide à la traversée du diffuseur est adiabatique réversible et le fluide ayant un comportement de gaz parfait à γ constant, on peut appliquer la formule.

$$p^{1-\frac{\gamma}{\gamma-1}} T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{cte} \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow p_2 = 55,44 \text{ kPa}$$

3) Le compresseur: le compresseur est supposé avoir un rapport de compression de 10

$$\Rightarrow p_3 = 10 p_2 = 554,4 \text{ kPa}$$

La compression étant supposée être adiabatique réversible et le gaz étant supposé avoir un comportement de gaz parfait à γ constant.

$$p^{1-\frac{\gamma}{\gamma-1}} T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{cte} \Rightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_3 = 481,77 \text{ K}$$

4) l'application du bilan d'énergie au gaz à travers le compresseur donne
 $\dot{m} c_p (T_3 - T_2) = \dot{W}'_c = 10,761 \text{ MW}$

Cette puissance est fournie par la turbine. on a donc

$$\dot{W}'_c = -\dot{W}'_t$$

où \dot{W}'_t est la puissance fournie par la turbine au gaz elle est donc bien négative.

l'application du bilan d'énergie au gaz à travers la turbine donne:

$$\dot{m} c_p (T_5 - T_4) = \dot{W}'_t = -\dot{W}'_c = \dot{m} c_p (T_2 - T_3)$$

$$\Rightarrow T_5 = T_4 + T_2 - T_3 \Rightarrow T_5 = 1148,76 \text{ K.}$$

~~l'application~~

on a également. $p_5 = p_4 \left(\frac{T_5}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow p_5 = 215,31 \text{ kPa.}$

5) l'application du bilan d'énergie au gaz à travers la chambre de combustion donne $\dot{m} c_p (T_4 - T_3) = \dot{Q} \Rightarrow \dot{Q} = 43,8 \text{ MW}$

6) dans la tuyère, on a

$$T_6 = T_5 \left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 661,83 \text{ K}$$

le bilan d'énergie appliqué au gaz à travers la tuyère donne:

$$c_p (T_6 - T_5) + \frac{V_6^2}{2} = 0 \Rightarrow V_6 = \sqrt{2c_p (T_5 - T_6)} = 1035,15$$

7) les conditions thermo dynamiques du gaz en différents points. caractéristiques de son évolution sont récapitulées dans le tableau suivant.

	p (kPa)	T (K)	V (m/s)
1	34.5	233.15	260
2	55.44	263.88	0
3	554.4	481.27	0
4	554.4	1321.15	0
5	285.38	1148.76	0
6	34.5	661.83	1035

les différentes puissances mécaniques et thermiques mises en jeu au cours de la transformation du fluide sont récapitulées dans le tableau suivant

	\dot{q} (kW)	\dot{W} (kW)
Diffuseur	0	0
Compresseur	0	10761
Combustion	43800	0
Turbine	0	-10761
Tuyère	0	0

8) on a

$$\dot{q}_p = F \cdot V_a = \dot{m} (V_s - V_e) \cdot V_a$$

avec $V_e = V_a$

on obtient $\dot{q}_p = 9.068 \text{ MW}$

le rendement est le rapport entre la puissance produite et la puissance consommée. ici, la puissance produite est celle qui sert à propulser l'avion, soit \dot{q}_p et la consommée est celle qui sert à chauffer le gaz dans la chambre de combustion, soit \dot{q}

on en déduit $\eta = \frac{\dot{q}_p}{\dot{q}} = 21\%$