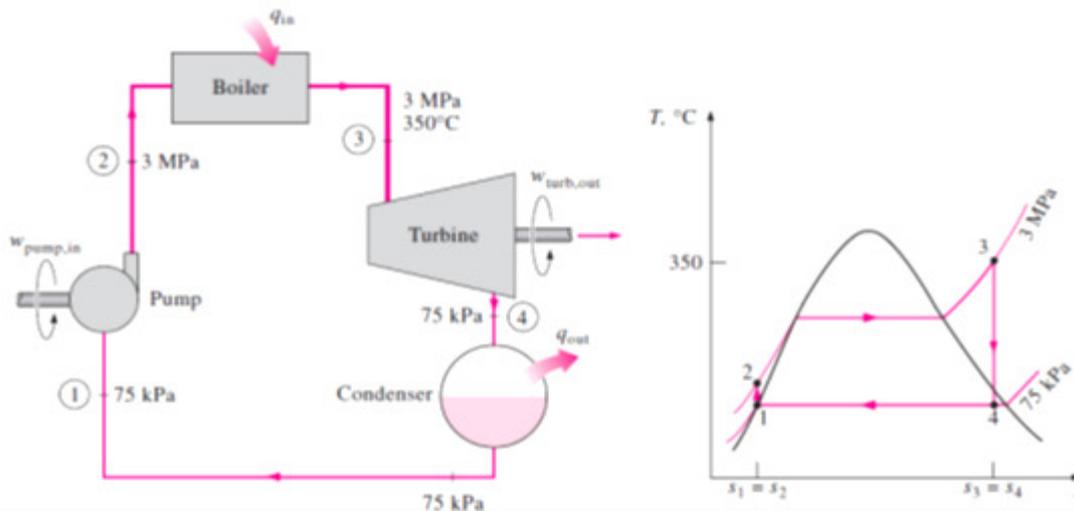


TD de thermodynamique appliquée
Série N° 3

Exercice 1 :

On considère une centrale thermique fonctionnant selon un cycle de Rankine élémentaire idéal, figure 1. La vapeur d'eau entre dans la turbine à 3 MPa et à 350°C et condensée dans le condenseur à une pression de 75 kPa. Déterminer le rendement de ce cycle.

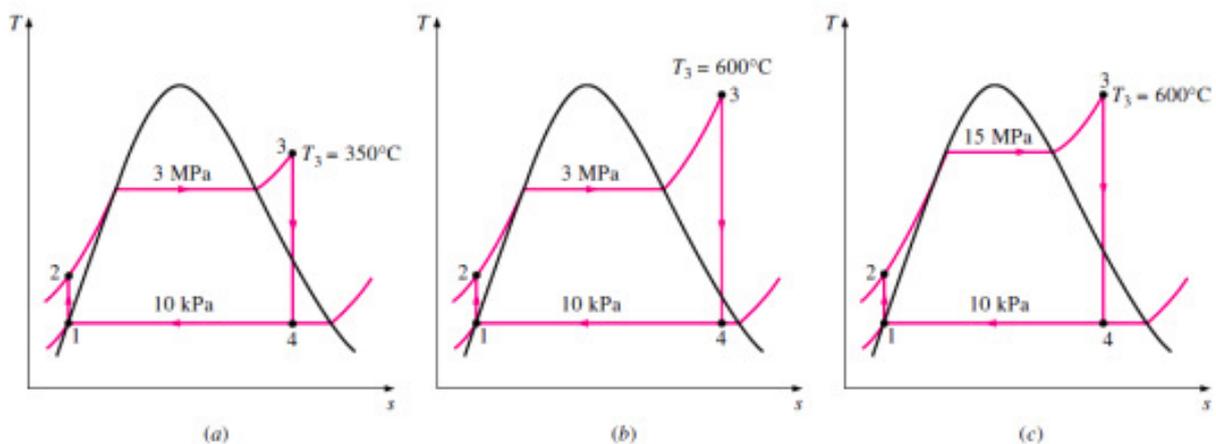


Exercice 2 :

Considérant une centrale thermique fonctionnant avec de la vapeur. La vapeur sort de la chaudière et entre dans la turbine à 3 MP. Cette vapeur d'eau est ensuite condensée dans le condenseur à une pression de 10 kPa.

Déterminer le rendement thermodynamique du cycle dans les cas suivants :

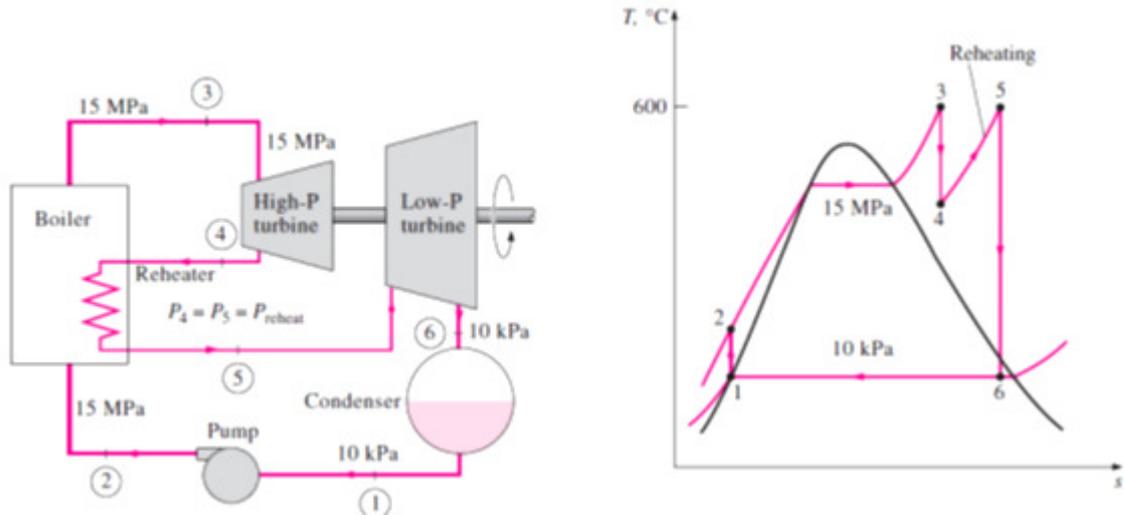
1. La centrale thermique est surchauffée à 350 °C (a);
2. La centrale thermique est surchauffée à 600 °C (b);
3. La pression dans la chaudière est augmentée à 15 MPa sachant que la température à l'entrée de la turbine est maintenue à 600°C (c).



Exercice 3 :

Soit une centrale thermique fonctionnant selon un cycle de Rankine idéal à resurchauffé, figure 3. La vapeur d'eau entre dans la turbine à 15 MPa et à 600 °C. Cette vapeur est condensée dans le condenseur à une pression de 10kPa. Si l'humidité à la sortie de la turbine à basse pression ne dépasse pas 10,4% déterminer :

La pression à laquelle la vapeur doit être resurchauffée; Le rendement du cycle de Rankine ;
On suppose que la vapeur est resurchauffée à une température d'entrée de la turbine haute pression.

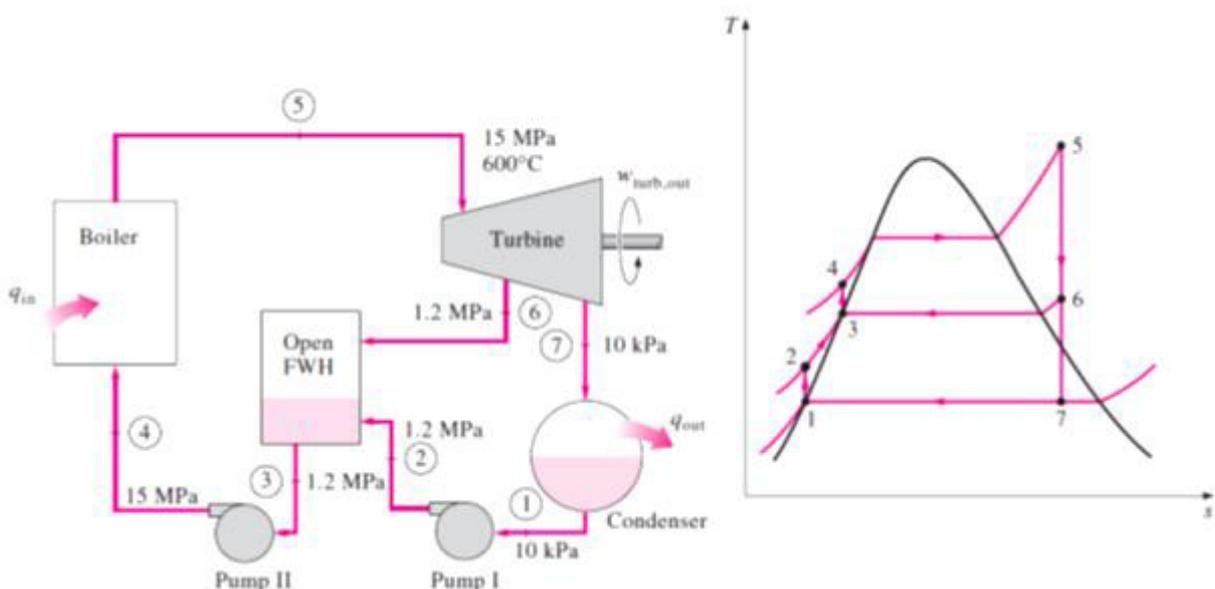


Exercice 4 :

On considère une centrale thermique à vapeur fonctionnant selon un cycle de Rankine idéal à soutirage avec un réchauffeur. La vapeur entre dans la turbine à 15 MPa et 600°C et condensée dans le condenseur à 10KPa.

Une fraction de vapeur est soutirée à 1.2 MPa et envoyée dans un réchauffeur R. Le réchauffeur utilisé est à mélange.

Déterminer la fraction de la vapeur soutirée de la turbine et le rendement du cycle.



Serie 3.

Ex 1

Réterminons le rendement du cycle

$$\eta = - \frac{\dot{w}_{\text{cycle}}}{\dot{q}_{\text{refus}}} \implies \begin{cases} \dot{w}_{\text{cycle}} = \dot{w}_P + \dot{w}_T \\ \dot{q}_{\text{refus}} = \dot{q}_{\text{in}} \end{cases}$$

$$\text{PPT} \implies \dot{w}_P + \dot{w}_T + \dot{q}_{\text{in}} + \dot{q}_{\text{out}} = 0$$

$$\implies \eta = 1 + \frac{\dot{q}_{\text{out}}}{\dot{q}_{\text{in}}} \implies \eta = 1 + \frac{h_1 - h_4}{h_1 - h_2}$$

* Calcul des enthalpies:

Etat 1: liquide saturé $P = 75 \text{ kPa}$

$$\text{tableau} \implies h_1 = h_f = 384,39 \text{ kJ/kg}$$

Etat 2: pompe

$$h_2 - h_1 = v_f(P_2 - P_1)$$

$$\text{tableau} \implies v_f(l) = 0,001037 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_2 = h_1 + v_f(P_2 - P_1) = 384,39 - 0,001037(3 \cdot 10^3 - 75) = 387,42 \text{ kJ/kg}$$

Etat 3: $P = 317 \text{ Pa}$ $T = 350^\circ\text{C}$ $\text{tableau} \implies T_{\text{sat}} = 233,90^\circ\text{C}$

$T_{\text{sat}} < T \implies$ vapeur surchauffée $\implies \text{tableau} \implies h_3 = 3119,3 \text{ kJ/kg}$

Etat 4: $3 \rightarrow 4$ Transformation isentropique.

$$s_3 = s_4 = 6,7428 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \leftarrow \text{tableau}$$

$$P_4 = 75 \text{ kPa}$$

$$\text{tableau} \implies \left. \begin{aligned} s_4 &= 1,2130 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ s_4 &= 7,4564 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \end{aligned} \right\}$$

$$s_3 < s_4 < s_4'$$

$x_f < 1 < x_g \Rightarrow$ mélange liquide-vapeur

Donc: $h_u = h_f + x h_{fg}$

avec tableau $\Rightarrow h_{fg} = 6,2434 \text{ kJ/kg}$

$\Rightarrow x = \frac{h_u - h_f}{h_{fg}} = 0,8857$

donc $h_u = h_f + x h_{fg}$

avec tableau $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_f = 384,39 \text{ kJ/kg} \\ h_{fg} = 2278,6 \text{ kJ/kg} \end{array} \right\}$

$\Rightarrow h_u = 2403,22 \text{ kJ/kg}$

rendement $\eta = 1 + \frac{h_1 - h_u}{h_3 - h_2} = 1 + \frac{384,39 - 2403,22}{3115,3 - 387,42} = 0,2599 = 26\%$

EX 2

1) Centrale surchauffée à $T = 350^\circ\text{C}$

$$\eta = 1 + \frac{h_1 - h_u}{h_3 - h_2}$$

calculer des enthalpies

Etat 1: état liquide saturé $P = 10 \text{ kPa}$

tableau $\Rightarrow h_1 = h_f = 191,83 \text{ kJ/kg}$

Etat 2: pompe $h_2 - h_1 = v_f (P_2 - P_1)$

$h_2 - h_1 = v_f (10 \text{ kPa}) (3 \times 10^3 - 10)$ avec tableau $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_f (10 \text{ kPa}) = 0,001010 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 = 191,8 \text{ kJ/kg} \end{array} \right\}$

$\Rightarrow h_2 = 0,001010 (3 \times 10^3 - 10) + 191,8$

$h_2 = 194,8499 \text{ kJ/kg}$

Etat 3: $P_3 = 31780$

$T_3 = 350^\circ\text{C}$

tableau $\Rightarrow T_{sat} = 233,9^\circ\text{C}$

vapeur surchauffée $h_3 = 3115,3 \text{ kJ/kg}$ ← tableau

Etat 4: Condensés $3 \rightarrow 4$ isentropique

avec $s_3 = s_4 = 6,7428 \text{ kJ/kgK}$ ← tableau

$$P_4 = 10 \text{ kPa}$$

$$s_4 =$$

$$s_{g4} =$$

$$s_{fg4} =$$

} mélange-
liquide-
vapeur

$$s_4 = s_f + x s_{fg} \Rightarrow x = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \text{avec tableau} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s_f = 0,6493 \text{ kJ/kgK} \\ s_{fg} = 7,5009 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x = \frac{6,7428 - 0,6493}{7,5009}$$

$$\Rightarrow x = 0,8123$$

$$h_4 = h_f + x h_{fg} \quad \text{avec tableau} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_f = 191,83 \text{ kJ/kg} \\ h_{fg} = 2392,8 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$$

$$h_4 = 191,83 + 0,81 \times 2392,8 = 2135,66 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = 1 + \frac{h_1 - h_4}{h_3 - h_1} \Rightarrow \eta = 1 + \frac{191,83 - 2135,66}{3115,3 - 191,84} = 0,33 = 33\%$$

en comparant avec le résultat de l'exercice I on trouve que le rendement est amélioré en diminuant la pression de 75 kPa à 10 kPa.

2) entrée de machine à $T = 600^\circ\text{C}$

$$\eta = 1 + \frac{h_1 - h_4}{h_3 - h_1}$$

Etat 1: liquide saturé $P = 10 \text{ kPa}$

tableau $\Rightarrow h_1 = 191,83 \text{ kJ/kg}$

Etat 2: pompe.

$$h_u = h_1 + v_f (10 \text{ kPa}) (P_2 - P_1)$$

$$h_u = 194,8499 \text{ kJ/kg.}$$

Etat 3: $T_3 = 600^\circ\text{C}$ $P_3 = 3 \text{ MPa}$ $T_{\text{sat}} = 233,90^\circ\text{C} < T_3$

vapeur surchauffée $h_3 = 3682,3 \text{ kJ/kg}$ ← tableau

Etat 4: 3 → 4 transformation isentropique.

$$s_3 = s_4 = 7,5085 \text{ kJ/kg.K} \leftarrow \text{tableau}$$

$$P_u = 10 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow s_f = 0,6493 \text{ kJ/kg.K} \text{ et } s_g = 8,1502 \text{ kJ/kg.K} \quad \left(\begin{array}{l} \text{mélange liquide} \\ \text{vapeur} \end{array} \right)$$

$$s_u = s_f + x s_{fg} \Rightarrow x = \frac{s_u - s_f}{s_{fg}} = 0,9144 \text{ avec } s_{fg} = 7,5009 \text{ kJ/kg.K}$$

$$h_u = 191,83 + 0,91 \times 2392,8 \Leftrightarrow h_u = h_f + x h_{fg}$$

$$h_u = 2379,92 \text{ kJ/kg.K}$$

$$\eta = 1 + \frac{h_1 - h_u}{h_3 - h_u} = 1 + \frac{191,83 - 2379,92}{3682,3 - 194,8499}$$

$$\eta = 0,137 \Rightarrow \eta = 13,7\%$$

en comparant le résultat avec celui de la question 1 on trouve que l'augmentation de la température de la vapeur \rightarrow une augmentation de rendement.

3) la pression dans la chaudière est augmentée à 15 MPa

Etat 1. même $h_1 = 191,83 \text{ kJ/kg}$

Etat 2. même logique. $h_2 = h_1 + v_f(10)(P_2 - P_1)$

$$\Rightarrow h_2 = 206,96 \text{ kJ/kg}$$

Etat 3: $P = 15 \text{ MPa}$ $T = 600^\circ \text{C}$ car $T_{\text{sat}} < T \rightarrow$ vapeur surchauffée

$$h_3 = 3582,3 \text{ kJ/kg}$$

Etat 4: transformation isentropique. $s_4 = s_3 = 6,6776$

$$s_f = 0,6493 \text{ kJ/kg.K}$$

$$s_g = 8,1502 \text{ kJ/kg.K}$$

$$\Rightarrow x = 0,8036$$

$$x = s_f + x s_g \Rightarrow x = \frac{s_4 - s_f}{s_g - s_f} = 0,8036$$

$$h_4 = h_f + x h_g \Rightarrow h_4 = 2114,86 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = 1 + \frac{h_1 - h_4}{h_3 - h_2} = 1 + \frac{191,83 - 2114,86}{3582,3 - 206,96}$$

$$\Rightarrow \eta = 0,43 \Rightarrow \eta = 43\%$$

en comparant avec la question 2 on trouve que l'augmentation de la haute pression implique l'augmentation du rendement.

conclusion

Basse pression $\searrow \Rightarrow \eta \nearrow$ $x \searrow$

T surchauffe $\nearrow \Rightarrow \eta \nearrow$ $x \nearrow$

Haute pression $\nearrow \Rightarrow \eta \nearrow$ $x \searrow$

EX 3

1. Déterminons la pression à laquelle la vapeur doit être surchauffée en a le titre manique.

$$x_6 = 1 - 0,104 = 0,896 \quad \text{et} \quad s_6 = s_f + x_6 s_g = 7,3688 \text{ kJ/kg}$$

⑤ transformation isentropique \rightarrow ⑥ $\Rightarrow s_6 = s_5$

Pour l'enthalpie

$$h_6 = h_f + x h_g = 2335,1 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} T_5 = 600^\circ\text{C} \\ s_5 = 7,3688 \end{cases}$$

$$P_5 = 4 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow h_5 = 3674,4$$

(d'après les tables de la vapeur surchauffée)

2. Déterminons le rendement du cycle.

$\rightarrow h_1$: à l'état ① on a un liquide saturé
 $P = 10 \text{ kPa} \Rightarrow h_1 = h_f = 191,83 \text{ kJ/kg}$

(table vapeur saturée
table de la pression)

$\rightarrow h_2$: passage par la pompe.

$$h_2 = h_1 + v_f(P_2 - P_1) = 191,83 + 0,001010 (15 \times 10^3 - 10)$$

$$h_2 = 206,9699 \text{ kJ/kg}$$

$\rightarrow h_3$: à la sortie de la chaudière

$$T = 600^\circ\text{C}$$

$$P = 15 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow T_{\text{sat}} = 342,24 < T = 600^\circ\text{C}$$

\Rightarrow on a une vapeur surchauffée

$$\Rightarrow h_3 = 3582,3 \text{ kJ/kg}$$

→ h_4 : après surchauffage

③ transformation isentropique → ④ ⇒ $\gamma_3 = \gamma_4 = 6,6776 \text{ KJ/Kg.K}$

$\gamma_4 = 2,7964$ et $\gamma_4 = 6,67$

on a $\gamma_4 > \gamma_4$ ⇒ on a une vapeur surchauffée

$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_4 = 6,776 \text{ KJ/Kg.K} \\ p_4 = 4 \text{ MPa} \end{array} \right.$ (on fait l'interpolation)

$$\frac{h_4 - 3213,6}{3092,5 - 32123,6} = \frac{6,776 - 6,7690}{6,9363 - 6,7690}$$

⇒ $h_4 = 3218,4 \text{ KJ/Kg}$

→ h_3 : déjà déterminé dans la question 1

→ h_6 :

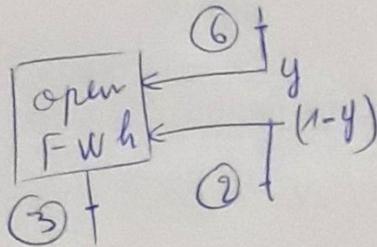
2- maintenant calculons le rendement

$$\eta = - \frac{\dot{W}_p + \dot{W}_r}{\dot{Q}_{in}} = \frac{(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3) + (h_6 - h_5)}{(h_2 - h_1) + (h_5 - h_4)}$$

$\eta = 0,44 \iff \eta = 44\%$

Ex 4

1- Déterminons la fraction de la vapeur saturée



* Bilan de masse

$$\text{car } \dot{m}_5 = \dot{m}_6 + \dot{m}_7 \Rightarrow \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} + \frac{\dot{m}_7}{\dot{m}_5} = 1$$

$$\text{or } \text{car } \dot{m}_5 = \dot{m}_3 \text{ et } \dot{m}_7 = \dot{m}_2$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_3} = 1 \Rightarrow y = \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} \text{ et } (1-y) = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_3}$$

* Bilan d'énergie

$$\dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 \Rightarrow \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_3} h_6 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_3} h_2 = h_3$$

$$\Rightarrow h_3 = y h_6 + (1-y) h_2$$

$$\Rightarrow y = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2} \Rightarrow y = 0,227$$

* Déterminons les enthalpies.

→ h_1 : liquide saturée

$$P = 10 \text{ kPa} \Rightarrow h_1 = h_g = 191,83 \quad \left(\begin{array}{l} \text{table de la vapeur} \\ \text{saturée (table de la} \\ \text{pression)} \end{array} \right)$$

→ h_2 : à la sortie de la pompe

$$h_2 = h_1 + v_f(10 \text{ kPa})(1,2 \cdot 10^3 - 10) \Rightarrow h_2 = 193,03 \text{ kJ/kg}$$

→ h_3 : liquide saturée.

$$P_3 = 1,2 \text{ MPa} \Rightarrow h_3 = h_f = 798,65 \text{ kJ/kg} \quad (\text{table thermodynamique})$$

→ h_4 : après passage par la pompe II

$$\begin{aligned} h_4 &= h_3 + v_f (1,2 \text{ MPa}) (15 - 1,2) \times 10^3 \\ &= 798,65 + 0,002139 (15 - 1,2) \times 10^3 \\ &= 814,36 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

→ h_5 : à la sortie de la chaudière.

on a $P = 15 \text{ MPa}$ et $T = 600^\circ\text{C}$ on a $T_{\text{sat}} = 342,24 < T = 600^\circ\text{C}$

on a $T_{\text{sat}} < T \Rightarrow$ on a une vapeur surchauffée

Donc $h_5 = 3582,3 \text{ kJ/kg}$ (table thermodynamique)

→ h_6 : transformation isentropique

$$s_6 = s_5 = 6,6776 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Pour la table de la vapeur saturée

$$P_6 = 1,2 \text{ MPa} \quad \begin{cases} h_{g6} = 2784,8 \text{ kJ/kg} \\ s_{g6} = 6,5233 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \end{cases}$$

Pour la table de la vapeur saturée

$$P_6 = 1,2 \text{ MPa} \quad \begin{cases} h_{f6} = 798,65 \text{ kJ/kg} \\ s_{f6} = 2,2166 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \end{cases}$$

en faisant la comparaison on trouve que $s_6 > s_{g6}$

→ on a une vapeur surchauffée

$$\text{on a } \begin{cases} p = 1,2 \text{ MPa} \\ \gamma_6 = 6,6776 \text{ KJ/Kg.K} \end{cases}$$

on fait l'extrapolation.

$$\frac{6,6776 - 6,8294}{6,5898 - 6,8294} = \frac{h_6 - 2935}{2815,9 - 2935}$$

$$\Rightarrow h_6 = 2859,54 \text{ KJ/Kg}$$

→ h_7 : transformation isentropique.

$$\gamma_6 = \gamma_7 = 6,6776 \text{ KJ/Kg.K.}$$

pour la table de la vapeur saturée on a.

$$p_7 = 10 \text{ kPa} \begin{cases} \gamma_f = 0,6493 \text{ KJ/Kg.K} \\ \gamma_{g7} = 8,1502 \text{ KJ/Kg.K} \end{cases}$$

$\gamma_7 < \gamma_{g7} \Rightarrow$ on a un mélange liq + vap

on a

$x = 0,80$ d'après le diagramme T.S

$h_7 = 2110,07 \text{ KJ/Kg}$ d'après la formule $h_7 = h_f + x h_{fg}$.

2. Déterminons le rendement

$$\text{on a } \eta = - \frac{\dot{W}_p + \dot{W}_T}{\dot{Q}_{in}}$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{W}_{T_1} = \dot{m}_5 h_6 - \dot{m}_5 h_5 \\ \dot{W}_{T_2} = \dot{m}_7 h_7 - \dot{m}_7 h_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{m} = \dot{m}_5 - \dot{m}_4 \\ \dot{q}_{out} = (1-y)(\dot{m}_7 - \dot{m}_1) \end{cases}$$

$$\eta = 1 - \frac{\dot{q}_{out}}{\dot{q}_{in}} = 0,46$$

$$\eta = 46\%$$