SOLUTIONS SERIE I

EXERCICE 1

Atmosphère isotherme :

l'équation des gaz parfaits (GP) $\frac{P}{\rho} = \frac{R}{M} T_0 (1)$
$La\ loi\ fondamentale\ de\ l'hydrostatique\ dP = -\rho g dz\ (2)$ $\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0} dz$

Soit $$P = P_0 \cdot e^{\frac{-Mg}{RT_0} z}\ (2^*)$$

L'épaisseur de l'atmosphère s'obtient en écrivant que $P \to 0\ et\ \rho \to 0$ donc d'après (2*) $z \to \infty$

L'hypothèse d'une atmosphère isotherme donne une épaisseur infinie, ce qui est inacceptable.

Atmosphère adiabatique :

Calcul de $\frac{dT}{dz}$

GP $\Rightarrow d\left(\frac{P}{\rho}\right) = \frac{R}{M} dT \Rightarrow \frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T}\ (3)$	adiabaticité : $d\left(\frac{P}{\rho^\gamma}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0 (4)$
Equation des GP et (3) $\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dz\ (5)$	(3) et (4) $\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}\ (6)$

$$(5)\text{ et }(6) \Rightarrow \frac{dT}{dz} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{Mg}{R} = -a.\ \text{Soit} : T = T_0 - az\ (7)$$

Donc le gradient de température a est cst (uniforme).

L'application numérique donne $a = 9{,}8 \times 10^{-3} K/m$

Cela veut dire que la température diminue d'à peu prés 10°C par km et se rapproche de la valeur de l'atmosphère standard qui est de -6,5C par km. L'hypothèse de la question 2 est plus réaliste que celle de 1 qui est inadmissible.

Variation de *P* e fonction de *z*

L'intégration de (6) donne : $$P = P_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\ (8)$$

soit d'après (7) : $$P = P_0 \left(1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{Mg}{RT_0} z\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\ (9)$$

La hauteur de l'atmosphère s'obtient pour *P=0*, soit, d'après (8), *T=0* ce qui est inadmissible physiquement. Ceci correspond d'après (9) à la hauteur :

$$z = \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)\frac{RT_0}{Mg}$$

Soit, numériquement z=29,7 km, ce qui ne correspond à la réalité. L'atmosphère s'étendant au-delà de 750 km.

Donc pour l'hypothèse de l'atmosphère adiabatique, il faut rester dans des régions de hauteurs bien inférieures à 29 km.

A l'altitude z= 27,9 m, la pression dans l'hypothèse de l'atmosphère isotherme serait d'après la loi des GP $P_{iso} = 3020\ Pa$. A l'altitude *z=10 km*.

Le modèle isotherme donne $P_{iso} = 3{,}07\ 10^4\ Pa\ (d'aprés\ GP)$.

Le modèle adiabatique donne $P_{adia} = 2{,}3\ 10^4\ Pa\ (d'aprés\ (9))$.

EXERCICE 2

(Voir Cours)

EXERCICE 3

Pour les forces horizontales on a

1/ une force appliquée par le fluide sur la portion AB, dirigée vers la gauche. Pour la calculer on prend par exemple la règle du prisme : $F_{H-AB} = \frac{\gamma}{2}(h_A + h_B) \times h_{AB} \times Unité\ de\ longueur$

AN : $F_{H-AB} = 8{,}09\ kN\ vers\ la\ gauche$

2/ une force appliquée par le fluide sur la portion CDA, dirigée vers la droite

$$F_{H-CDA} = \frac{\gamma}{2}(h_A + h_C) \times h_{AC} \times Unité\ de\ longueur = 34{,}19\ kN\ (vers\ la\ droite)$$

$$F_H = 26{,}1\ kN\ vers\ la\ droite$$

Pour les forces verticales, par définition c'est le poids du fluide réel ou fictif situé en dessus du corps étudié, dans notre cas :

$$F_V = F_{DAB}(vers\ le\ haut) - F_{DC}(vers\ le\ bas)$$

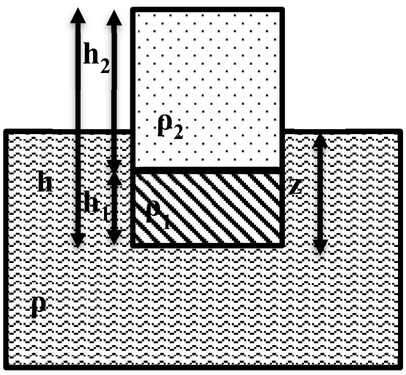
$$= Poids\ du\ volume\{(DABFED) - (DCGED)\}$$

Les deux volumes contiennent EGCD, ce qui simplifiera l'expression en :

$$= Poids(Rectangle\ GFJC - Triangle\ CJB + Demi\ Cercle\ CD)$$

$$F_V = 41{,}5\ kN\ vers\ le\ haut$$

EXERCICE 4



1. La condition d'équilibre de flottation du solide s'écrit : $\rho_1 gsh_1 + \rho_2 gsh_2 = \rho gsz$

la hauteur immergé dans le liquide est donc :

$$z = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{\rho}$$

2. Le solide est partiellement immergé donc :

$$z \leq h = h_1 + h_2$$

et puisque $\rho > \rho_2$ on a :

$$\frac{h_2}{h_1} \geq \frac{\rho_1 - \rho}{\rho - \rho_2}$$

AN : $\left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{min} = 1{,}20$

La condition de flottation s'écrit : Poids du solide=somme des poussées d'Archimède dans le mercure et dans l'eau salée, soit : $\rho_1 gsx_0 + \rho_2 gs(h - x_0) = \rho_s gsh$

$$x_0 = h\frac{\rho_s - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}$$

AN : $x_0 = 7{,}2\ cm$