

MECANIQUE DES FLUIDES PARFAITS

Série 2 : Cinématique des fluides

EXERCICE 1 : Etude cinématique d'un écoulement

Le champ de vitesse d'un écoulement satisfait l'équation : $\vec{V} = A(x\vec{e}_x - y\vec{e}_y)$, $A = 1s^{-1}$

- 1/ L'écoulement est-il stationnaire ?
- 2/ Le fluide est incompressible. L'équation de continuité est-elle vérifiée ?
- 3/ Montrer que les lignes de courant sont des hyperboles, que l'on représentera ;
- 4/ On considère une particule de fluide située en $x_0 = 1$ et $y_0 = 1$ à l'instant $t = 0$. Donner l'équation de la trajectoire de cette particule. Comparer la avec celle de la ligne de courant.
- 5/ Calculer de deux manières différentes l'accélération.

EXERCICE 2 : Lignes de courant

On considère un écoulement permanent, défini dans un repère $R(x_1, x_2, x_3)$, par le champ des vitesses suivant, en variables d'Euler :

$$\vec{c} = \begin{cases} c_1 = 2x_1 - 3x_2 \\ c_2 = 3x_1 - 2x_2 \\ c_3 = 0 \end{cases}$$

- 1/ Montrer que le fluide est incompressible.
- 2/ Déterminer le champ des vecteurs accélérations $\vec{\gamma}$.
- 3/ Déterminer les équations du réseau des lignes de courant. Quelle est la forme des lignes de courant ? Tracer la ligne de courant passant par le point $(x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0)$
- 4/ Déterminer le champ des vecteurs tourbillons et les lignes de tourbillons.
- 5/ On considère un tube tourbillon s'appuyant sur la ligne de courant étudiée dans la 3^{ème} question. Calculer l'intensité de ce tube tourbillon.

EXERCICE 3 : Equipotentiels et lignes de courant

Pour chacun des champs de vitesses suivants, déterminer le potentiel des vitesses et la fonction de courant. Tracer les LDC et les équipotentiels

a/ Source à l'origine : $\vec{V} = \frac{a}{r} \vec{e}_r$.

On calculera a en fonction du débit à travers un cercle de rayon r centré à l'origine.

b/ Tourbillon à l'origine : $\vec{V} = \frac{a}{r} \vec{e}_\theta$

On calculera a en fonction de la circulation de \vec{V} le long d'un cercle de rayon r centré à l'origine.

c/ Doublet à l'origine : $\vec{V} = \frac{a}{r^2} (\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$