

Traitement du signal
TD N°1
Spectres, énergie et transformées de Fourier des signaux

Exercice 1

- 1- Exprimer le signal porte $s(t) = A \cdot \Pi_T(t)$ à l'aide de 2 signaux échelons unité.
- 2- Calculer l'énergie et la puissance totales des signaux suivants
 - a- Fonction porte de largeur T et de hauteur $1/T$, centrée sur 0
 - b- Signal $\cos(2\pi f_0 t)$.
 - c- Echelon unité ou de Heaviside
 On prendra $T=1$ pour les applications numériques.

Exercice 2

- 1- Déterminer le développement en série de Fourier du signal carré $s(t)$ représenté sur la figure
 - 2- Soit le signal $s_4(t) = \cos^3 t$.
- Développer $s_4(t)$ en termes de fonctions sinusoïdales sans utiliser le calcul des coefficients de Fourier.

Exercice 3

Calculer la transformée de Fourier (T.F) des signaux $s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$ représentés sur les figures 2, 3 et 4.

Exercice 4

- 1- On considère le signal $s_5(t)$ obtenu après redressement mono-alternance d'un signal $f(t)$ sinusoïdal d'amplitude A et de période T. Déterminer son développement en série de Fourier.
- 2- On considère le signal $s_6(t)$ obtenu après redressement double alternance du même signal $f(t)$ sinusoïdal d'amplitude A et de période T. Déterminer le développement en série de Fourier du signal $s_6(t)$.

Exercice 5

Soit $s(t)$ le signal défini par $s(t) = u(t)e^{-at}$ avec $u(t)$: le signal échelon unité.

- 1- Calculer le spectre $S(f)$ ainsi que l'argument du signal $s(t)$.
- 2- Représenter graphiquement le module de $S(f)$ ainsi que l'argument.
- 3- De la question 1, en déduire la transformée de Fourier de $\exp(-a|t|)$
- 4- En déduire la transformée de Fourier du signal : $g(t) = \frac{1}{1+t^2}$
- 5- Déterminer la transformée de Fourier du signal : $z(t) = \frac{1}{1+(3t)^2}$
- 6- Calculer la TF du signal : $s_1(t) = A \text{ rect}_{2T}(t)$
- 7- En déduire la TF du signal : $s_2(t) = s_1(t/2)$.
- 8- Représenter $s_1(t)$, $s_2(t)$, $S_1(f)$ et $S_2(f)$.

Exercice 6

On considère le filtre RC de la figure 5 :

1- Quelle est la fonction de transfert $H(f)$ du filtre ?

(On établira l'équation différentielle qui régit le fonctionnement du filtre et on posera

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

2- A partir de $H(f)$ et sachant que $\text{TF}[u(t) \cdot \exp(-a t)] = \frac{1}{a + j2\pi f}$; $u(t)$ est le signal échelon unité, déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre.

3- Quelle est la nature du filtre ?

4- Même question pour le filtre CR.

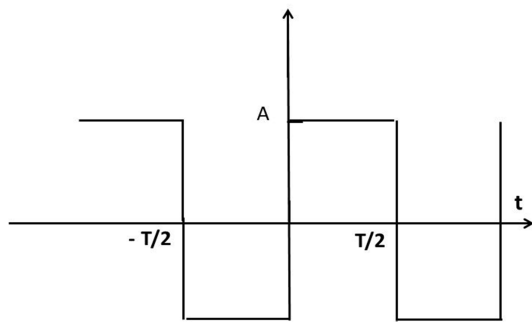


Figure 1

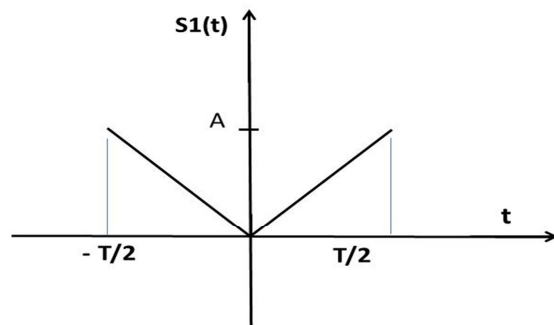


Figure 2

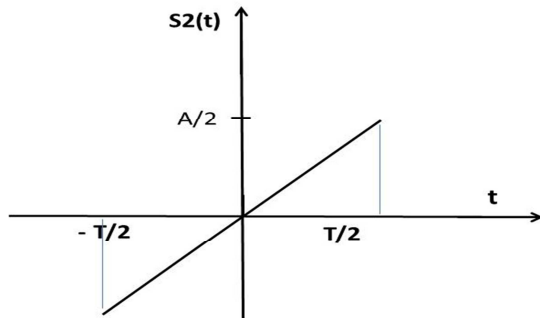


Figure 3

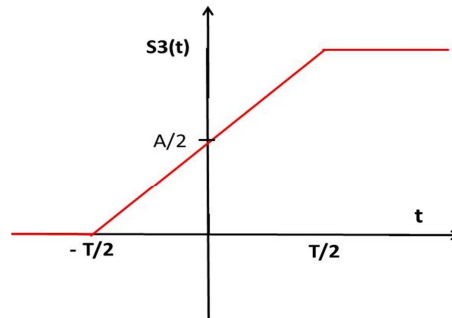


Figure 4

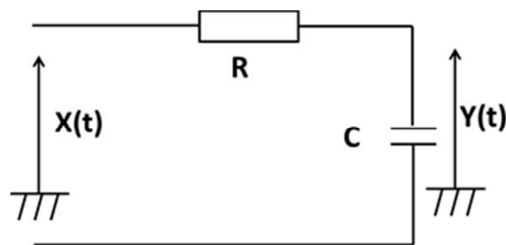


Figure 5