Département de Physique **A.U. : 2019 - 2020**

TD N° 3

Echantillonnage, numérisation et restitution de signaux

Exercice 1

Un signal **s(t)** est modélisé par : $\mathbf{s(t) = a + b\cos(2\pi f_0 t)}$ **;** a et b des constantes et $\mathbf{f_0 = 1kHz}$

On commence par échantillonner le signal s(t).

1) Quelle est la fréquence d'échantillonnage minimale Fe ?

2) On choisit **Fe = 8 kHz**.

2.1. Donner l'expression du signal échantillonné $\mathbf{s_e(t)}$.

2-2. Calculer les échantillons d'une période lorsque **a = b = 1.**

3) Exprimer puis représenter le spectre **S(f)** du signal **s(t).**

4) En déduire l'expression du spectre $\mathbf{S_e(f)}$ du signal échantillonné $\mathbf{s_e(t)}$ et représenter $\mathbf{S_e(f)}$.

Exercice 2 : (Examen juin 2017)

On considère un signal déterministe **s(t)** de transformée de Fourier à bande limitée $\mathbf{[-F_{max}, F_{max}]}$

1) Rappeler l'expression du signal $\mathbf{s_e(t)}$ obtenu par échantillonnage idéal de s(t) à la fréquence Fe.

2) Déterminer la transformée de Fourier $\mathbf{S_e(f)}$ du signal $\mathbf{s_e(t)}$.

3) Représenter $\mathbf{S_e(f)}$ lorsque $\mathbf{Fe > 2.F_{max}}$ et $\mathbf{s(t) = F_{max}\left[\frac{\sin(\pi F_{max} t}{\pi F_{max} t})\right]^2}$

4) On désire restituer le signal **s(t)** à partir de $\mathbf{s_e(t)}$ à l'aide d'un filtre passe-bas idéal de transmittance $\mathbf{H_r(f) = \Pi_{Fe}(f)}$ et de réponse impulsionnelle $\mathbf{h_r(t) = TF^{-1}[H_r(f)]}$.

- Quelle est l'expression du signal restitué $\mathbf{s_r(t) = s_e(t) * h_r(t)}$?

Exercice 3 : (Examen juillet 2016)

On considère le signal $\mathbf{s(t) = s^+(t) + s^-(t)}$ défini comme suit :

$$\mathbf{s^+(t) = B\,\mathrm{sinc}\,(Bt)\exp(j2\pi f_0 t)} \quad \textbf{et} \quad \mathbf{s^-(t) = B\,\mathrm{sinc}\,(Bt)\exp(-j2\pi f_0 t)}$$

$$\textbf{avec} \quad \mathbf{f_0 = 8\ kHz\ ;} \quad \mathbf{B = 1kHz} \quad \textbf{et} \quad \mathbf{\mathrm{sinc}\,x = \frac{\sin\pi x}{\pi x}}$$

1) Calculer la transformée de Fourier du signal **s(t)** et la représenter graphiquement.

2) Donner l'expression du signal obtenu par échantillonnage idéal de **s(t)** à la fréquence F_e.

3) Déterminer la transformée de Fourier de $\mathbf{s_e(t)}$ notée $\mathbf{S_e(f)}$.

4) Comment s'écrit la condition de Shannon pour le signal **s(t)** ?

5) On échantillonne le signal **s(t)** à la fréquence **Fe = 6kHz**.

- Représenter graphiquement la transformée de Fourier du signal échantillonné $\mathbf{s_e(t)}$ dans la bande **[−9kHz, 9kHz]**.

6) On désire restituer le signal **s(t)** à partir de $\mathbf{s_e(t)}$ par un filtrage de transmittance H(f).

• **1er cas : $H(f) = \Pi_F(f)$ avec F = 6 kHz.**

- Montrer que le signal restitué par ce filtre noté $\mathbf{s_r(t)}$ a une expression temporelle similaire à celle de s(t) mais obtenue en remplaçant f_0 par une autre fréquence que l'on précisera.

• **2ème cas :** $\mathbf{H(f) = \Pi_B(f + f_0) + \Pi_B(f - f_0)}$ **(avec f_0 = 8kHz et B = 1kHz** comme précédemment).

Quel est le signal restitué $\mathbf{s_r(t)}$?

Exercice 4: (Examen juin 2015)

On considère le signal déterministe **s(t)** défini par :

$$s(t) = f_0 \operatorname{sinc}^2(f_0\, t) \qquad \text{avec} \qquad f_0 > 0$$

I- On effectue un <u>échantillonnage idéal</u> de **s(t)** à la fréquence d'échantillonnage **Fe = 1/Te**

1) Donner l'expression du signal échantillonné notée $\mathbf{s_e(t)}$.

2) Déterminer le spectre du signal échantillonné **se (t)** qu'on notera **Se (f)**.

3) Représenter graphiquement le spectre d'amplitude de $s_e(t)$ pour les deux cas de fréquence d'échantillonnage $\mathbf{Fe = 3.f_0}$ et pour $\mathbf{Fe = f_0}$.

4) Pour restituer le signal **s(t)**, on filtre le signal échantillonné $\mathbf{s_e(t)}$ par un filtre passe bas idéal de transmittance **H(f)** : fonction porte centrée en 0 et de largeur Fe.

- Déterminer l'expression du signal restitué $\mathbf{s_r(t)}$ lorsque $\mathbf{Fe = 3.f_0}$ et lorsque $\mathbf{Fe = f_0}$.

II- On désire cette-fois-ci effectuer un <u>échantillonnage réel</u> du signal s(t) à la fréquence d'échantillonnage **Fe = 1/Te**

1) Donner l'expression du échantillonné notée $\mathbf{s'_e(t)}$.

2) Déterminer le spectre du signal échantillonné $\mathbf{s'_e(t)}$ qu'on notera $\mathbf{S'_e(f)}$.