Université My Ismaïl
Faculté des Sciences
Département de Physique
Année universitaire 2019-2020

Série 6 (mécanique quantique SMP)

Oscillateur harmonique

On considère une particule à une dimension de masse m évoluant dans le potentiel suivant :

$$V(x) = \frac{1}{2}kX^2$$

1. Rappeler l'expression de l'hamiltonien H d'un tel oscillateur harmonique

2. On notera $|u_n\rangle$ le vecteur propre de H associé à la valeur propre E_n, donner l'expression de E_n.

3. Soient les opérateurs d'annihilation a et de création a^+ définis comme suit :

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}X + i\frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}}P\right)$$

$$a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}X - i\frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}}P\right)$$

a- Les opérateurs a et a† sont-ils hermétiques ?

b-Calculer le commutateur [a,a+].

c- Comparer l'opérateur N = a+a à l'hamiltonien du système. Déterminer le résultat de l'application de N sur $|u_n\rangle$.

d- On rappelle que :

$$a\,|\varphi_n\rangle = \sqrt{n}\,|\varphi_{n-1}\rangle$$

$$a^+\,|\varphi_n\rangle = \sqrt{n+1}\,|\varphi_{n+1}\rangle$$

Montrer que l'on peut retrouver le résultat de la question précédente en utilisant ces relations d'applications.

4-Etude des opérateurs X et Px.

a-Calculer X et Px en fonction de a et a†.

b-Calculer $X \mid u_n \rangle$ et $P_X \mid u_n \rangle$

c-Déterminer les valeurs moyennes de X, de X^2 et de Px lorsque le système se trouve dans un état propre de H.

5-A l'instant t = 0, l'état de cet oscillateur est donné par :

$$\mid \varphi_0 \rangle = \sum_n c_n \mid u_n \rangle$$

a- Donner $\mid \varphi(t) \rangle$ à un instant t ultérieure.

b-Déterminer, à un instant t quelconque, la probabilité $P(E_n)$ d'obtenir E_n lors de la mesure de l'énergie de cet oscillateur.